

УДК 532.546:536.421

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИГРАЦИИ КАПЕЛЬ НЕФТИ И ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА, С УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТА НА ПОВЕРХНОСТИ ПУЗЫРЬКОВ

Кильдибаева С.Р.

научный руководитель д-р физ.-мат. наук Гималтдинов И.К.

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета

Как показало исследование дна Мирового океана [1], происходят постоянные выбросы пузырьков метана. Пузырьки метана покрываются газогидратной коркой до некоторой высоты, при которой температура воды становится выше температуры гидратообразования. Однако, процесс таяния гидрата протекает намного медленнее, чем процесс образования. Таким образом, при достижении поверхности, пузырек не успевает раствориться в воде и попадает в атмосферу. Предположительно такой процесс вызывает парниковый эффект. Миграция пузырьков газа рассмотрена в работе [3].

Рассмотрим поврежденную скважину на дне океана, из которой с известным массовым расходом поступают пузырьки газа (M_g) и капли нефти (M_o). Термобарические условия способствуют образованию гидратной корки на поверхности пузырьков. Будем полагать, что все основные параметры течения системы, состоящей из частиц нефти, газа, воды и гидрата однородны по сечению.

Уравнения их сохранения для капель нефти и пузырьков газа запишем в виде:

$$\frac{d}{dz}(Sn_g w_g) = 0, \quad \frac{d}{dz}(Sn_o w_o) = 0, \quad (1)$$

где S – площадь сечения канала; n_i и w_i ($i = g, o$) – соответственно число пузырьков/капель в единице объема и их скорость. Здесь и в дальнейшем нижние индексы g, h, l, o соответствуют параметрам газа, гидрата, воды и нефти.

Уравнения сохранения масс газа, гидрата, воды и нефти запишем в виде:

$$\frac{dM_g}{dz} = -J_g, \quad \frac{dM_l}{dz} = -J_l, \quad \frac{dM_h}{dz} = J_h, \quad \frac{dM_o}{dz} = 0, \quad (2)$$

$$M_g = S\rho_g^0 \alpha_g w_g, \quad M_l = S\rho_l^0 \alpha_l w_l, \quad M_h = S\rho_h^0 \alpha_h w_h, \quad M_o = S\rho_o^0 \alpha_o w_o, \quad (3)$$

где M_i , ρ_i^0 , α_i , w_i ($i = g, h, l, o$) – соответственно массовый расход, плотность, объемное содержание и скорость i -ой фазы; J_i ($i = g, h, l$) – интенсивность расхода i -ой фазы. Поскольку гидрат образуется на газовом пузырьке, то $w_h = w_g$.

Интенсивности расхода газа, гидрата и воды связаны следующим соотношением:

$$J_g = GJ_h, \quad J_l = (1 - G)J_h. \quad (4)$$

Объемные содержания фаз связаны следующим соотношением:

$$\alpha_g + \alpha_l + \alpha_h + \alpha_o = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3}\pi a_g^3 n_g, \quad \alpha_h = \frac{4}{3}\pi(a_h^3 - a_g^3)n_g, \quad \alpha_o = \frac{4}{3}\pi a_o^3 n_o. \quad (5)$$

Уравнение импульса для данного потока может быть записано в виде:

$$\frac{d}{dz}(M_l w_l + (M_g + M_h)w_g + M_o w_o) = -S \frac{dp}{dz} - 2\pi R \tau_c - Sg(\alpha_l \rho_l^0 + \alpha_g \rho_g^0 + \alpha_h \rho_h^0 + \alpha_o \rho_o^0),$$

где τ_c – сила трения между потоком и стенкой канала.

Пренебрегая инерционными эффектами потока, запишем уравнения миграции для газового пузырька и капли нефти относительно воды:

$$\begin{aligned}
w_g \frac{d}{dz} (m_b w_g + m_{prh} w_{gl}) &= -m_b g - \frac{4}{3} \pi a_h^3 \frac{dp}{dz} - \pi a_h^2 \tau_b^h, \\
w_o \frac{d}{dz} (m_o w_o + m_{pro} w_{ol}) &= -m_o g - \frac{4}{3} \pi a_o^3 \frac{dp}{dz} - \pi a_o^2 \tau_b^o, \\
m_b &= \frac{4}{3} \pi a_g^3 \rho_g^0 + \frac{4}{3} \pi (a_h^3 - a_g^3) \rho_h^0, \quad m_{prh} = \frac{2}{3} \pi a_h^3 \rho_l^0, \\
m_o &= \frac{4}{3} \pi a_o^3 \rho_g^0, \quad m_{pro} = \frac{2}{3} \pi a_o^3 \rho_l^0, \\
w_{gl} &= w_g - w_l, \quad w_{ol} = w_o - w_l,
\end{aligned}$$

где m_b , m_{prh} – соответственно масса гидратного пузырька и его присоединенная масса; m_o , m_{pro} – соответственно масса капли нефти и ее присоединенная масса; w_{gl} и w_{ol} – соответственно скорости миграции газового пузырька и капли нефти относительно жидкости.

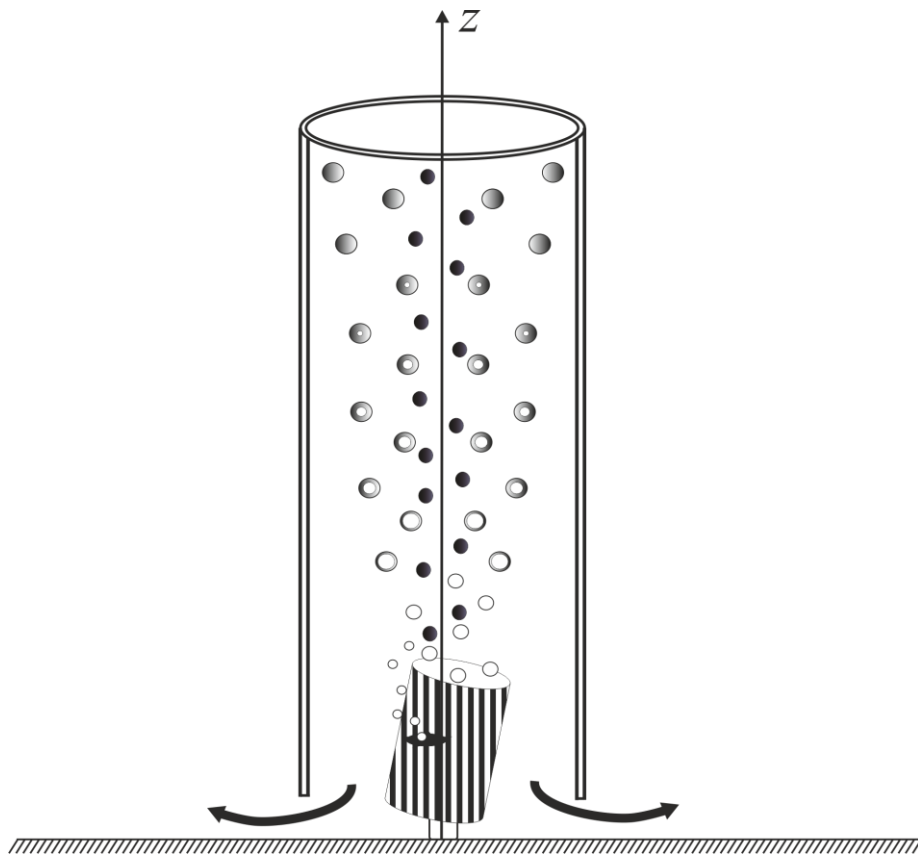


Рис.1 Схема миграции пузырьков газа и капель нефти в вертикальной цилиндрической трубке. Черным обозначены капли нефти, белым – пузырьки газа, белым с серым обрамлением – частицы гидрата.

Уравнение сохранения энергии:

$$\frac{d}{dz} (M_l c_l T_l) = Q_h + Q_o - J_l c_l T_{hs}, \quad Q_h = S n_g 4 \pi a_h^2 q_{ls}, \quad Q_o = S n_o 4 \pi a_o^2 q_{lo}.$$

Существует два подхода к изучению процесса гидратообразования при подъеме частиц со дна океана. При первом подходе полагается, что интенсивность образования гидрата на поверхности пузырька лимитируется отводом тепла, при втором – рассматривается процесс диффузионного переноса.

Интенсивность образования газогидрата представим:

$$J_h = Sn_g 4\pi a_h^2 j_h, \quad (6)$$

здесь j_h – интенсивность гидратообразования.

В случае предположения, что интенсивность образования гидрата на поверхности пузырька лимитируется отводом тепла с нее:

$$j_h = \frac{q_{ls}}{l_h}, \quad (7)$$

где l_h – удельная теплота гидратообразования.

Из выражений (1) – (6) получим дифференциальные уравнения для нахождения радиусов газового и гидратного пузырьков:

$$\frac{da_h}{dz} = \frac{j_h}{w_g} \left(\frac{1}{\rho_h^0} - \frac{G}{\rho_g^0} \right), \quad (8)$$

$$\frac{da_g}{dz} = - \frac{G j_h}{w_g \rho_g^0} \frac{a_h^2}{a_g^2}. \quad (9)$$

Будем полагать, что интенсивность образования гидрата лимитируется коэффициентом диффузии D' :

$$j_h = D', \quad D' = \frac{D \rho_{ge}^*}{\rho_{go}}, \quad (10)$$

где D , ρ_{ge}^* , ρ_{go} –, которые определяются согласно эксперименту [D.F. McGinnis et al. Fate of rising methane bubbles in stratified waters: how much methane reaches the atmosphere].

На рис. 2 представлена зависимость радиуса газовой составляющей гидратной частицы от вертикальной координаты, на рис. 3 – зависимость радиуса гидратной составляющей частицы от вертикальной координаты. На рис.2-3 сплошной линией обозначена модель гидратообразования, лимитирующаяся теплоотводом, согласно (7), пунктирной – лимитирующаяся диффузией, согласно (10).

Из рис.2-3 видно, что в случае гидратообразования, лимитирующегося теплоотводом, частица превращается в гидратную на высоте $z=1.3$ м, гидратообразование завершается ввиду того, что закончился газ. Согласно теории гидратообразования, лимитирующегося диффузией, образование гидрата завершается на высоте $z=7.3$ м, что связано с достижением воды равновесной температуры гидратообразования.

Работа поддержана грантом СФ БашГУ В15-12.

Список используемой литературы

1. Sautera E.J. et al. Methane discharge from a deep-sea submarine mud volcano into the upper water column by gas hydrate-coated methane bubbles // Earth and Planetary Science Letters. 2006. № 243(3-4). pp. 354-365.
2. Gregor Rehder,1 Peter W. Brewer, Edward T. Peltzer, and Gernot Friederich. Enhanced lifetime of methane bubble streams within the deep ocean. Geophysical research letters, 2002, vol.29, no 15, p.1-4.
3. Кильдибаева С.Р. Моделирование процесса всплытия гидратных частиц в куполе. // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 3; URL: <http://www.science-education.ru/117-13063> (дата обращения: 13.05.2014).

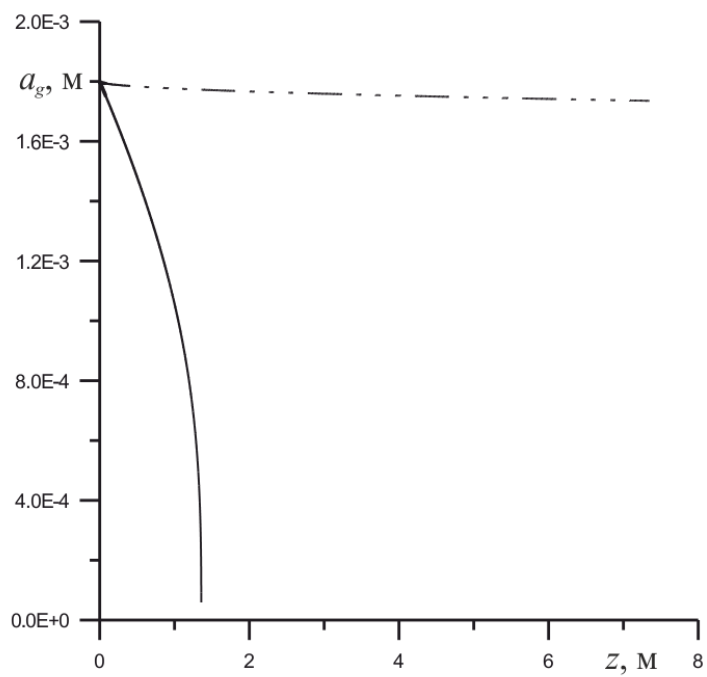


Рис. 2 Зависимость радиуса газового пузырька от вертикальной координаты.

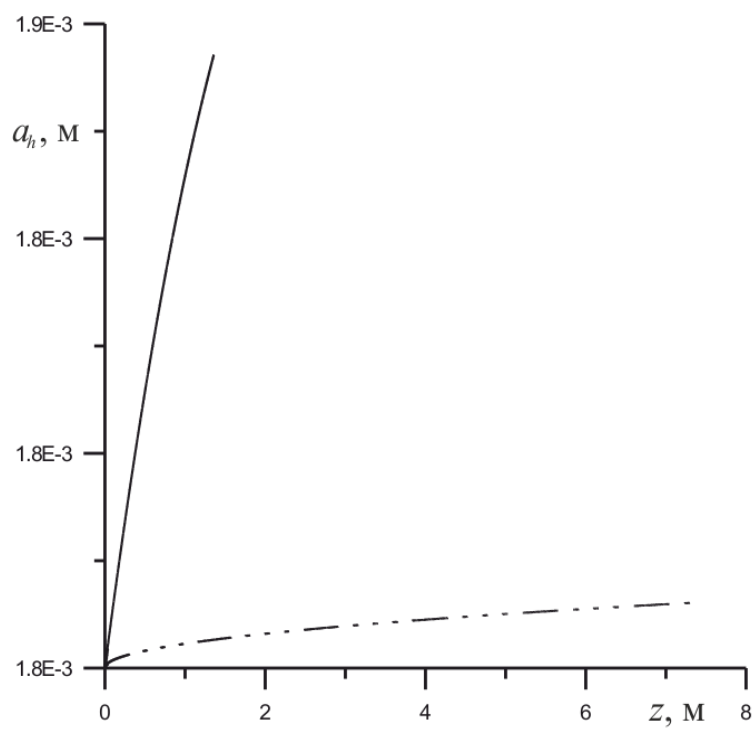


Рис. 3 Зависимость радиуса гидратной частицы от вертикальной координаты.